1272 **持造** FOUNDRY 试验研究

缩松致密化过程中的屈服轨迹

武建国,安红萍

(太原科技大学材料科学与工程学院,山西太原 030024)

摘要: 缩松是铸造生产中难以避免和消除的缺陷,会降低铸件的致密度和使用寿命。改进铸造工艺可有效防止和减少缩松,但难以根除。研究缩松材料变形与致密化行为,可为通过塑性变形有效压实缩松提供理论参考。本文基于孔隙均匀,基体为各向同性的理想刚塑性材料的假设,从缩松孔洞屈服准则的基本形式出发,求解了致密化过程中主应力空间内的屈服表面的形状。研究表明,缩松孔洞变形与致密是同时进行的,在相对密度为ρ时,其在主应力空间中的屈服表面是一个包含于Mises屈服圆柱面的回转椭球面。随相对密度的增加,屈服椭球面不断进行非等向膨胀,并逐步逼近Mises屈服圆柱面,最终在达到致密时与Mises屈服表面重合。

关键词:缩松;变形与致密;相对密度;主应力空间;屈服轨迹

铸件在最后凝固区域得不到液态金属的补缩而形成比较分散和细小的孔洞,称 为缩松。缩松的存在降低了铸件的致密性,产生的应力集中对铸件的力学性能有显 著影响。缩松的形成原因除了与铸造工艺有关外,还与铸件结构、合金成分有关, 因此缩松在铸造生产过程中难以避免。大型铸钢锭作为重大装备制造领域关键产品 的原始坯料,心部缩松若不能有效改善将会增加后续加工过程中裂纹形成的风险, 甚至会在产品服役过程中造成严重事故。长期以来,缩松致密化一直是广大学者重 点研究的课题。对于大型铸钢锭内部的缩松,除了通过优化铸造工艺、调整铸型条 件等方法来解决外,还可以在后续加工过程中通过高温变形来改善。

从微观上讲,缩松区域由大量的孔隙和微裂纹等构成,组成及形态类似多孔材 料^[1-2],在变形过程中会体现出一定的体积可压缩性。任运来等^[3]利用对数应变的可加 性和体积可压缩材料的塑性方程,建立了缩松孔隙率与应力和变形的解析关系,进 而推导了大型铸钢锭缩松压实条件。卫原平等^[4]分析推导了多孔材料致密化过程的有 限元公式,并应用于非致密材料镦粗变形的模拟研究。胡建华等^[5]利用连续体塑性力 学理论研究了粉体材料的致密化规律。任学平等^[6-7]分析了粉末体泊松比、相对密度 与屈服应力的关系,并针对铁粉体高温塑性变形进行了试验,获得了相应的应力-应 变曲线,研究了致密化过程与变形条件的关系。张效迅^[8]则基于细观塑性理论,采用 体胞模型和里兹法推导了大锻件内部孔洞的体积演化方程,为评价孔洞压实效果提 供了新的方法。钟唤新等^[9]研究了等效应变、应力三轴比、静水压力积分值等评价方 法对孔洞闭合的影响。闫杰等^[10]基于SUF锻造法,通过调整压下率和走砧方式提出了 一种新的压实孔隙性缺陷的方法。任猛等^[11]针对大型自由锻提出了锤锻件有效压实 工艺准则。李殿中等^[12]基于宽砧径向压实法提出了高效愈合钢锭内部缩松缺陷的锻 造工艺。上述工作对指导生产起到了重要的意义。

国外一些学者也从理论上对可压缩材料变形行为进行了定量描述。从20世纪60年代开始,Kuhn与 Downey^[13],Green^[14],Oyane^[15]等陆续研究并建立了可压缩材料的屈服理论,并通过实验研究对理论预测进行验证。Doraivelu^[16]和Park^[17]则对可压缩材料屈服准则中参数的表达进行了深入的研究和确认。相对而言,国内的研究更偏重于工程应用,理论分析还不多见。

作者简介:

武建国(1975-),男,讲师, 主要从事先进材料成型过 程及组织性能改性的研究。 E-mail: wjgzz951@126. com

中图分类号:TG316 文献标识码:A 文章编号:1001-4977(2020) 12-1272-05

基金项目:

山西省自然科学基金重 点基金项目:复杂结构 大锻件精确成形成性一 体化制造技术基础研究 (201601D011002)。 收稿日期: 2020-09-25 收到初稿, 2020-11-05 收到修订稿。 构建形象的几何图形对应力状态或屈服函数进行 描述,是塑性力学中的一种常用的方法,经典的应力 莫尔圆图形、主应力简图、应力椭球面图形等,都是 借助于具体的推导过程和形象的几何图形对相关理论 进行描述和阐释。本文是从缩松区域屈服准则的一般 形式出发,应用塑性力学基本方程,推导并确定了缩 松区域在主应力空间内屈服表面的形状。借助于具体 的推导过程和形象的几何图形可以直观地理解应力状 态对缩松区域屈服的影响,从而掌握缩松区域塑性变 形的特点及其致密化进程,为大型铸钢锭心部缩松压 实工艺的制定提供理论参考。

1 缩松区域的变形与屈服

1.1 缩松区域的组成及变形特点

将缩松区域视为由宏观上均匀分布的孔隙和彼此 通过搭桥相连的金属基体构成。基体视为致密材料, 为简化研究,按照各向同性的理想刚塑性材料模型处 理,变形过程中遵循体积不变原则,且服从Mises屈服 准则。孔隙的变形包括体积变化和形状变化,是通过 基体材料的变形来实现的。缩松区域致密化的实质是 基体金属对孔隙的填充,在应力球张量的作用下,基 体金属等向填充孔隙,表现为孔隙的逐步收缩;在应 力偏张量的作用下基体金属通过塑性变形使孔隙在应 力作用下被压扁、塌陷或弥散,从而实现基体对孔隙 区域的填充。显然,缩松区域的变形与致密化是同步 进行的。

1.2 缩松区域的屈服应力

设所研究的缩松区域内部孔隙分布均匀,相对密度 ρ ,横截面积为A,屈服应力为 σ ,除去孔隙后基体材料的横截面积为 A_0 ,相对密度为1,屈服应力为 σ_0 ,在同样的外力F的作用下,可压缩材料发生屈服时,其基体必然处于屈服状态。则必有如下关系成立:

 $\sigma = F/A = \sigma_0 A_0 / A = \rho \sigma_0$ (1) 由于相对密度 $\rho \le 1$,所以 $\sigma \le \sigma_0$ 。实际上可压缩 材料内部的孔隙分布是不均匀的,所以常修正为^[4-5]:

$$\sigma = \rho^{n} \sigma = \delta \sigma_{0} \qquad (2)$$

由式(2)可知,缩松区域的屈服应力随相对密度 的增加将不断增加。

1.3 缩松区域的屈服准则

缩松区域的屈服不仅与应力偏张量有关,而且与应力球张量有关,因此在Von-Mises致密体屈服函数 $3J_2'=Y_0^2$ 的基础上,缩松区域屈服准则的基本函数为如下形式⁶⁰:

$$AJ_{2}'+BJ_{1}^{2}=\delta Y_{0}^{2}=Y_{0}^{2}$$
(3)

其中

 $J_{2}'=[(\sigma_{1}-\sigma_{2})^{2}+(\sigma_{1}-\sigma_{3})^{2}+(\sigma_{2}-\sigma_{3})^{2}]/6为$ 应力偏张量第二不变量,

 $J_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$ 为应力张量第一不变量;

Y₀为完全致密时的屈服应力,

 Y_{o} 是相对密度为 ρ 时的屈服应力。

A、B、 δ 均为正值,是相对密度的单值函数。

不同的研究者对A、B、 δ 与相对密度的关系有不同的假设^[5-6]。Doraivelu等人^[16]提出的塑性理论中认为,相对密度($\rho \ge 80\%$)较高时:

 $A=2+\rho^{2}; B=1-A/3; \delta=2\rho^{2}-1$ (4)

2 缩松区域在主应力空间中的屈服 表面

如图1所示,主应力空间是一个以应力主轴为坐标 系的空间^[18]。任意应力状态都可用主应力空间中的一 点 $P(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ 来表示,且可用矢量 \overline{OP} 来代表。 过原点做方向余弦为 $l=m=n=1/\sqrt{3}$ 的直线ON,其中, $l=\cos(\sigma_1, ON), m=\cos(\sigma_2, ON), n=\cos(\sigma_3, ON)$ 。则,代表球应力状态的点全部位于该直线上, 代表纯剪切应力状态的点都位于过原点以ON为法线的 平面内。其他应力状态所对应的点可由其三个主应力 值具体确定。当P点所代表的某一应力状态满足屈服条 件时,相应矢量的端点一定位于屈服表面上,即,此 时该应力对应的矢量模长可根据式(3)确定。

2.1 屈服条件下典型应力状态对应的矢量模长

2.1.1 球应力状态下可压缩材料的屈服

设主应力空间中D点,其应力状态为 $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ 。 显然,这是一个球应力状态,对应的矢量 \overline{OD} 必然位于 图1中的直线ON上。当该点处于屈服状态,必满足式 (3),即



Fig. 1 The principle stress space

1274 **持告** FOUNDRY 试验研究

$$B (\sigma_{1} + \sigma_{2} + \sigma_{3})^{2} = \delta Y_{0}^{2}$$
(5)
此时在主应力空间中该应力矢量的模长为:
 $|R_{1}|^{2} = \sigma_{1}^{2} + \sigma_{2}^{2} + \sigma_{3}^{2} = \delta Y_{0}^{2}/3B$ (6)

2.1.2 纯剪切状态下可压缩材料的屈服

在主应力空间中,通过坐标原点并垂直于直线ON的平面称为 π 平面^[18]。包括纯剪切状态在内,所有平均应力 σ_m =0的应力状态都位于 π 平面内。

设*Q*点为纯剪切应力状态,此时, σ₁=-σ₃, σ₂=0,由式(3)该点屈服时必有:

$$A[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2]/6 = \delta Y_0^2 (7)$$

此时在主应力空间中该应力矢量的模长为:
$$|R_2|^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 = 2\sigma_1^2 = 2\delta Y_0^2 / A$$
(8)
显然,相对密度 ρ 一定时, $|R_1|$, $|R_1|$ 均为常数。

2.2 典型平面内的屈服轨迹

2.2.1 与π平面平行的任一平面内的屈服轨迹

在主应力空间中具有相同球张量的应力都位于同 一个平面内,该平面平行于 π 平面。随应力球张量分 量的不同形成一系列平行平面。假设其中任一个平面 为 π_{σ} ,该平面与直线*ON*相交于点*L*,*L*点坐标为(*a*, *b*,*c*),其中*a*=*b*=*c*= σ_{m0} 。则 π_{σ} 平面方程为:

 $\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = 3 \sigma_{m0} (9)$ 设 $G(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) 为 \pi_\sigma$ 平面上任一点,若该点 处于屈服状态,则必同时满足式(3)与式(9)。即

$$A[(\sigma_{1}-\sigma_{2})^{2}+(\sigma_{1}-\sigma_{3})^{2}+(\sigma_{2}-\sigma_{3})^{2}]/$$

6+9B $\sigma_{m0}^{2}=\delta Y_{0}^{2}$ (10)

$$(\sigma_{1}-\sigma_{2})^{2}+(\sigma_{1}-\sigma_{3})^{2}+(\sigma_{2}-\sigma_{3})^{2}=\frac{6(\delta Y_{0}^{2}-9B\sigma_{m0}^{2})}{A}$$
(11)

$$\stackrel{\text{(}}{\approx} \qquad \frac{6(\delta Y_0^2 - 9B\sigma_{\text{m}0}^2)}{A} = R_{\text{om}} \qquad (12)$$

由前文可知,相对密度 ρ 一定时,A,B, δ , Y_0 , σ_{m0} 均为常数,则 $R_{\sigma m}$ 必为常数。同时,G、L两点 之间的距离为:

$$|GL|^{2} = (\sigma_{1} - \sigma_{m0})^{2} + (\sigma_{2} - \sigma_{m0})^{2} + (\sigma_{3} - \sigma_{m0})^{2}$$
(13)

化简可得:

$$|GL|^{2} = \frac{(\sigma_{1} - \sigma_{2})^{2} + (\sigma_{1} - \sigma_{3})^{2} + (\sigma_{2} - \sigma_{3})^{2}}{3} = \frac{2(\delta Y_{0}^{2} - 9B\sigma_{m0})}{A}$$
$$= \frac{R_{om}}{3}$$
(14)

由此可见,在 π_{g} 平面上处于屈服状态的任意点*G* 到定点*L*之间的距离为常数。因此, π_{g} 平面上屈服轨 迹是一个以*L*为圆心以 $\frac{R_{m}}{3}$ 为半径的圆。 同理,其他与 # 平面平行的平面上,处于屈服状态的点都位于同一圆周上,圆心为该平面与直线*ON*的交点,半径则与该平面所代表的球张量水平相关。

推广可知,缩松区域在主应力空间中的屈服表面 一定是以直线*ON*为对称轴的回转面,其回转母线必位 于与*π*平面垂直且包含直线*ON*的平面内。

2.2.2 包含直线ON并与 π 平面垂直的任一平面内的屈 服轨迹

设主应力空间中S点(σ_1 , σ_2 , σ_3)满足屈服条件, 用矢量 \overline{OS} 表示。则由O、N、S三点确定的平面必垂直于 π 平面。由前文推导可知,该平面内的屈服轨迹即为缩松区域屈服表面的回转母线,设该平面与 π 平面相交于OB直线。

如图2所表示,将 \overline{OS} 矢量分别沿ON及OB方向分解 成 \overline{OM} 、 \overline{OK} ,其中 \overline{OM} 表示该应力张量中的球张量, \overline{OK} 表示应力偏张量。

有如下几何关系成立^[18]:

$$\overline{OS} = \overline{OK} + \overline{OM}$$
 (15)
 $|\overline{OS}|^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2$ (16)

$$\frac{|\overline{OM}|^{2}}{|\overline{OK}|^{2}} = (\sigma_{1}l + \sigma_{2}m + \sigma_{3}n)^{2} = (\sigma_{1} + \sigma_{2} + \sigma_{3})^{2}/3 (17)$$
$$\frac{|\overline{OK}|^{2}}{|\overline{OK}|^{2}} = \frac{1}{3} [(\sigma_{1} - \sigma_{2})^{2} + (\sigma_{1} - \sigma_{3})^{2} + (\sigma_{2} - \sigma_{3})^{2}] (18)$$

其中l、m、n为直线ON的方向余弦。S点(σ_1 , σ_2 , σ_3)处于屈服状态,必使式(3)成立,则有: $1/6A[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2] + B(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2$ $= \delta Y_0^2$ (19)

整理后得:

$$\frac{1}{2\delta Y_0^2} A \cdot \frac{1}{3} \Big[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 \Big] + \frac{3B}{\delta Y_0^2} \cdot \frac{(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3^2)}{3} = 1$$
(20)

结合式(6)、式(8),式(17)、式(18) 得:





$$\frac{|OM|^2}{|R_1|^2} + \frac{|OK|^2}{|R_2|^2} = 1$$
 (21)

其中, |*R*₁|、|*R*₂|是只与相对密度有关而与应力状态 无关的常数。而*OM*、*OK*则是取决于应力状态的变量。 故式(21)是一个标准的平面椭圆方程。在*ONS*平面 内,该椭圆的两条半轴分别位于*ON*直线和*OB*直线上。

综上可知,相对密度为ρ时,缩松区域在主应力 空间中的屈服表面是一个以*ON*为轴线的旋转椭球面, 如图3所示。该椭球的两个半轴长度分别为:满足屈服 条件时球应力状态在主应力空间中对应的矢量模长以 及纯剪切状态在主应力空间中对应的矢量模长。

3 缩松区域致密化对其屈服表面的 影响

将式(4)分别代入式(6)、式(8)可得:

$$|R_1|^2 = \delta Y_0^2 / (1-\rho^2) = (2\rho^2 - 1)Y_0^2 / (1-\rho^2)$$
(22)

$$|R_2|^2 = 2\delta Y_0^2 / (2+\rho^2) = (4\rho^2 - 2)Y_0^2 / (2+\rho^2)$$
(23)

图4、图5分别为 R_1/Y_0 、 R_2/Y_0 随相对密度变化趋势。由图可知,随着相对密度的增加,屈服椭球面的两个半轴长度单调递增,但是增幅明显不同, R_1 的增长速度远大于 R_2 。这就意味着在缩松区域的致密化过程中,屈服表面是不断膨胀的,但又不是等向膨胀。由于沿长轴方向增长较快,椭球面形态不断发生变化。

由式(22)、(23)可求得:

$$\lim_{\rho \to 1} |R_1|^2 \to \infty \tag{24}$$

$$\lim_{a \to 1} |R_2|^2 = 2Y_0^2 / 3 \tag{25}$$

结合致密材料的屈服准则及其在主应力空间中的 屈服表面形态^[18],可以推知,在达到完全致密前,可 压缩材料的屈服椭球面始终包含于致密材料所对应的 Mises圆柱面内。随相对密度的增加,屈服椭球面将逐 步逼近致密材料在主应力空间中的Mises圆柱面。最终 达到完全致密时,两屈服表面重合。

4 结论

(1)相对密度为 ρ 时,缩松区域在主应力空间中的屈服表面是一个以直线ON(方向余弦 $l=m=n=1/\sqrt{3}$)为对称轴的旋转椭球面。

(2)在缩松区域的致密化过程中,随相对密度的 增加,屈服椭球面不断进行非等向膨胀,并逐步逼近 致密材料对应的Mises屈服圆柱面。最终达到完全致密 时,两屈服表面重合。



图3 主应力空间中的屈服椭球面 Fig. 3 Ellipsoid yield surface in principal stress space



图4 R_1/Y_0 随相对密度 ρ 的变化趋势 Fig. 4 Variation tendency of parameter R_1/Y_0 with relative density ρ



图5 R_2/Y_0 随相对密度 ρ 的变化趋势 Fig. 5 Variation tendency of parameter R_2/Y_0 with relative density ρ

参考文献:

- DESHMUKH A R, SUNDARARAJAN T, DUBE R K, et al. Analysis of cold densification rolling of a sintered porous metal strip [J]. Mater. Pro. Tech., 1998, 84 (5): 9–72.
- [2] AN Hongping, LIU Jiansheng, WU Jianguo. Experiment research and finite element analysis of 30Cr2Ni4MoV steel porosity consolidating
 [A]. Proceedings of 3rd International Conference on Measuring Technology and Mechatronics Automation, 2011: 96–99.
- [3] 任运来,聂绍珉,陈颖.大锻件中疏松缺陷压实条件研究[J]. 机械工程学报,2003,39(3):126-129.
- [4] 卫原平,阮雪榆.粉末烧结材料塑性变形过程的有限元分析 [J].中国有色金属学报,1994,4 (4):56-61
- [5] 胡建华,林冲,张文赜.Ni-AI粉体材料的变形致密化研究[J].塑性工程学报,2008,15(4):86-89
- [6] 任学平,王尔德,霍文灿.粉末体的屈服准则[J].粉末冶金技术,1992,10(1):8-12
- [7] 任学平,王尔德,霍文灿.铁粉末体的高温塑性变形 [J]. 金属成形工艺,1992,10(4):182-186.
- [8] 张效迅,崔振山.大锻件内部空洞热锻闭合的Z-C判据及其应用 [J]. 机械工程学报, 2009, 45 (1): 148-153.
- [9] 钟唤新,袁武华,孙嫘,等.压实工艺对大型SA508Ⅲ钢铸锭内部孔洞闭合的影响 [J]. 热加工工艺, 2019, 48(15): 94–99.
- [10] 闫杰,陈杰,刘金豪,等.一种新型锻造压实法 [J]. 大型铸锻件,2018(5):4-5,10.
- [11] 任猛,顾世平,宋树江,等. 锤锻件有效压实工艺准则 [J]. 大型铸锻件, 2014(4): 40-42.
- [12] 李殿中,马璇,徐斌,等.高效愈合钢锭内部缺陷的锻造工艺设计 [J].金属学报,2016,52(10):1199-1206.
- [13] KUHN H A, DOWNEY C L. Deformation characteristic and plasticity theory of sintered powder materials [J]. Int. J. Powder Metall, 1971, 7: 15–25.
- [14] GREEN R J. A plasticity theory for porous solids [J]. Int.J.Mech. Sci. 1972, 14: 215-224.
- [15] SHIMA S, OYANE M. Plasticity theroy for porous metallurgy [J]. Int. J. Mech. Sci. 1976, 18 (6): 285-291.
- [16] DORAIVELU S M, GEGEL H L, GUNASEKERS J S, et al. A new yield function for compressible P/M materials [J]. Int.J. Mech.Sci. 1984, 26 (9/10) : 527–535.
- [17] PARK J J. Constitutive relations to predict plastic deformation of porous metals in compaction [J]. Int.J.Mech.Sci.1995, 37 (7): 709-719.
- [18] 俞汉清,陈金德.金属塑性成形原理 [M].北京: 机械工业出版社, 1993: 110.

Yield Locus of Dispersed Shrinkage During Densifying Process

WU Jian-guo, AN Hong-ping

(College of Materials Science and Engineering, Taiyuan University of Science and Technology, Taiyuan 030024, Shanxi, China)

Abstract:

The dispersed shrinkage that reduces the density and service life of casting is a defect that is difficult to avoid and eliminate in the casting production. The dispersed shrinkage cannot be thoroughly eradicated, although it can be reduced effectively by improving the casting process. In order to consolidate the porosity effectively by plastic deformation, it is necessary to study the deformation and densifying of dispersed shrinkage, which can offer theoretical reference for making technological plan. In this paper, based on the assumption that shrinkage were uniform and the parent material was isotropic ideal rigid-plastic, yield surface of the porous materials in the principal stress space was determined according to the basic form of the porous materials yield criterion. The results show that the consolidating of the porous materials occurs once the deforming began. The yield surface is a revolving ellipsoid contained in the Mises yield cylinder surface in the principal stress space at the given relative density. With the increase of relative density, the continuous expansion of the ellipsoid yield surface is non-isotropic and gradually approachs Mises yield cylinder surface, At last, the shrinkage material is densified and the yield surface coincides with together with the Mises yield surface.

Key words:

dispersed shrinkage; deforming and densifying; relative density; principal stress space; yield locus